



ТМОЛ

Летняя олимпиада по математике

«Гори, гори, моя звезда!»

10 класс

*«Вверху одна
Горит звезда,
Мой ум она
Манит всегда,
Мои мечты
Она влечет
И с высоты
Меня зовет.»*

1. От двух брёвен отпилили по одинаковому куску, и первое бревно стало втрое длиннее второго. После того как от них отпилили еще по такому же куску, второе бревно стало короче первого в четыре раза. Во сколько раз первое бревно было длиннее второго первоначально?
2. Найдите все точки на плоскости, координаты которых удовлетворяют уравнению $2(x^4 - 2x^2 + 3)(y^4 - 4y^2 + 4) = 7$
3. В треугольнике ABC проведена медиана BD , $\angle ABC = 120^\circ$, окружность, описанная вокруг треугольника DCB , касается прямой AB . Ее радиус равен 6. Найдите площадь треугольника ABC .
4. Найти все решения системы неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + 4 \leq 0 \\ y^2 - 4y - 4x \leq 0 \end{cases}$$

5. Пусть M – множество всех двенадцатизначных натуральных чисел, для каждого из которых выполняются два условия: оно является квадратом целого числа и в его десятичной записи в разряде десятков стоит цифра 9.
 - а) Приведите пример одного числа из множества M .
 - б) Докажите, что множество M содержит более, чем 10^4 чисел.