



ТМОЛ
Летняя олимпиада по информатике
«Гори, гори, моя звезда!»
8 класс

*«Вверху одна
Горит звезда,
Мой ум она
Манит всегда,
Мои мечты
Она влечет
И с высоты
Меня зовет.»*

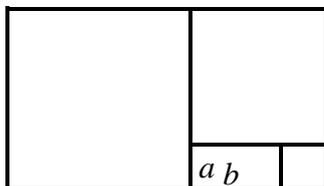
Задача 1. Поле

В первый год фермер обрабатывал поле, которое имело форму прямоугольника, протяжённостью a метров с севера на юг и b метров с запада на восток.

На второй год фермер увеличил размеры своего поля, присоединив к нему с востока квадратное поле, сторона которого равна стороне прежнего поля.

На третий год фермер снова увеличил размеры поля, присоединив к нему с севера квадратное поле, сторона которого равна стороне поля в предыдущий год.

На четвёртый год фермер снова присоединил к своему полю квадратное поле с запада, также со стороной, равной стороне поля в предыдущий год.



Определите размеры поля на четвёртый год с севера на юг и с запада на восток.

Ответом к этой задаче являются два арифметических выражения, записанных через запятую. Сначала нужно записать протяжённость поля с севера на юг, затем, через запятую, протяжённость поля с запада на восток.

Каждая часть выражения может содержать целые числа, переменные a , b , операции сложения (обозначается «+»), вычитания (обозначается «-»), умножения (обозначается «*») и круглые скобки для изменения порядка действий. Запись вида « $2b$ » для обозначения произведения числа 2 и переменной b неверная, нужно писать « $2 * b$ ». Единицы измерения в ответе писать не нужно.

Задача 2. Почти как в ЕГЭ

Автомат получает на вход четырёхзначное число (его первая цифра не должна быть равна нулю). По этому числу строится новое число по следующим правилам:

1) складываются первая и вторая, вторая и третья, третья и четвёртая цифры исходного числа;

2) полученные три числа записываются друг за другом в порядке убывания (без разделителей).

Пример. Исходное число: 3165. Суммы: $3 + 1 = 4$, $1 + 6 = 7$, $6 + 5 = 11$. Числа 4, 7, 11 записываются друг за другом в порядке убывания, получается 1174.

Вам даны пять чисел, которые получил автомат при вводе в него каких-то пяти неизвестных четырёхзначных чисел:

321,
860,
1276,
13123,
171615.

Для каждого из этих чисел найдите **минимальное** целое число, при подаче которого на вход автомату было получено данное число (то есть нужно найти пять чисел, таких, что из первого числа автомат получит число 321, из второго числа – 860, из третьего числа – 1276, из четвертого числа – 13123, из пятого числа – 171615, причём найденные числа были бы минимально возможными).

В ответе нужно записать пять целых чисел в отдельных строках без запятых и других разделителей. Порядок записи чисел в ответе менять нельзя. Если вы не можете найти ответ

для какого-то из данных чисел, вместо этого ответа запишите любое четырёхзначное число, например, 1111.

Задача 3. Переправа по мосту

Семья ночью подошла к мосту. Папа (обозначим его буквой А) может перейти мост за 1 минуту, мама (В) – за 2, сын (С) – за 5, дочь (D) – за 7 и бабушка (Е) – за 10. У них есть один фонарик, двигаться без фонарика нельзя. Мост выдерживает только двоих человек. Если двое человек идут по мосту, то они движутся с наименьшей из скоростей. Переходить мост без фонарика нельзя, нельзя перекидывать фонарик, светить издалека и т. д.

Составьте алгоритм переправы за минимальное время.

Алгоритм записывается в виде текста. Каждая строка текста содержит одну или две буквы А, В, С, D, Е. Нечётные строки соответствуют переходу по мосту в прямом направлении, чётные – в обратном направлении. Например, следующий алгоритм:

С

D

D

ЕВ

означает, что сын и дочь переходят по мосту, дочь возвращается обратно, бабушка и мама переходят по мосту.

Чем меньше будет время переправы, тем больше баллов вы получите.

Задача 4. Гирьки

У ювелира есть весы с двумя чашками, он может определять равны ли массы грузов, лежащих на двух чашках, а если не равны – то на какой чашке лежит более легкий груз.

Масса ювелирного изделия, которую нужно определить ювелиру, является целым числом от 1 до 25 грамм. Ювелир должен запасти набор гирек (их массы также должны быть целыми числами), используя которые он может определить любую возможную целочисленную массу от 1 до 25 грамм. Для определения массы ювелир может производить любое число взвешиваний, может использовать все или только часть набора гирек, может класть гирьки на разные чашки весов и т. д. Определите набор гирек, содержащий минимальное возможное число гирек, используя который можно определить любую возможную целочисленную массу от 1 до 25.

В ответе нужно записать массы гирек в подготовленном наборе через пробел. За правильный набор из трёх гирек вы получите 10 баллов, из четырёх гирек – 5 баллов, из пяти гирек – 2 балла.

Например, если нужно было бы определить массу ювелирного изделия от 1 до 3 грамм, то ювелиру достаточно было иметь одну гирьку массой 2 грамма. Тогда нужно положить на одну чашку весов изделие неизвестной массы x , а на другую чашку весов гирьку, и по результату взвешивания $x < 2$, $x = 2$ или $x > 2$ станет понятно значение x .

Если же требуется определить целочисленную массу от 1 до 5 грамм, то необходимо две гирьки. Подойдёт, например, набор из гирек массами 3 и 4. Пусть x – ювелирное изделие целочисленной массы от 1 до 5. Тогда массы 3, 4, 5 можно определить при помощи взвешиваний $x = 3$, $x = 4$ и $x > 4$. Массу 1 грамм можно определить при помощи равенства $x + 3 = 4$ (на одну чашу кладётся изделие и гирька в 3 грамма, на другую чашу – гирька в 4 грамма). Массу в 2 грамма можно определить, например, по условию $x < 3$ (на одну чашу весов кладётся изделие, на другую – гирька в 3 грамма), а также проверив при помощи ранее описанного алгоритма, что $x \neq 1$.

Решением задач 5–7 является программа, написанная на одном из языков программирования.

Задача 5. Сажени, аршины, пяди, вершки

Древнерусская мера длины сажень состояла из трёх аршин. Один аршин делился на

четыре пяди. Одна пядь состояла из 4 вершков.

Купец привез на рынок рулон сукна длиной N вершков, но для уплаты пошлины ему нужно указать длину сукна в саженьях, аршинах, пядях и вершках. Помогите ему – переведите длину сукна, записанного в вершках в сажени, аршины, пяди и вершки.

Программа получает на вход одно натуральное число N , не превосходящее 2×10^9 , – длину сукна в вершках.

Программа должна вывести 4 целых неотрицательных числа S, A, P, V – количество саженьей, аршин, пядей и вершков, в сумме дающих ровно N вершков, при этом значение A должно быть меньше 3 (т. к. 3 аршина дают одну сажень), значение P должно быть меньше 4 (четыре пяди дают один аршин), значение V должно быть меньше 4 (четыре вершка дают одну пядь).

Пример входных и выходных данных

| Ввод | Вывод | Примечание |
|------|---------|---|
| 30 | 0 1 3 2 | 30 вершков это 0 саженьей, 1 аршин, 3 пяди и 2 вершка |

Система оценивания

Решение, правильно работающее только для случаев, когда число N не превосходит 15, будет оцениваться в 2 балла (при это решение должно обязательно выдавать верный ответ на примере из условия задачи).

Задача 6. Оптом – дешевле!

В Москве начал работать новый оператор сотовой связи, предоставляющий доступ в интернет посредством технологии 3G. Новый оператор предлагает простые и невысокие тарифы, в частности, один мегабайт интернет-трафика стоит 1 рубль.

Кроме того, оператор предлагает покупать оптовые пакеты трафика – есть два предложения: купить пакет трафика на A мегабайт за B рублей и купить пакет трафика на C мегабайт за D рублей.

Таня планирует использовать в течение месяца N мегабайт интернет-трафика. Определите минимальную сумму, которую придётся ей заплатить. Таня может приобретать любое количество каждого из двух предлагаемых пакетов, а также оплачивать трафик по тарифу «1 рубль за мегабайт». Таня может приобретать пакеты интернет-трафика и в том случае, если суммарный оплаченный трафик будет более N мегабайт, если это выйдет дешевле.

Программа получает на вход пять натуральных чисел N, A, B, C, D , записанных в отдельных строках, не превосходящих 500 000 каждое. Гарантируется, что $A > B$ и $C > D$.

Программа должна вывести одно целое число – минимальную сумму, которую нужно заплатить для приобретения N мегабайт трафика.

Примеры входных и выходных данных

| Ввод | Вывод | Примечание |
|----------------------------|-------|--|
| 35 10 9 20 17 | 31 | Пакет на 10 мегабайт стоит 9 рублей, пакет на 20 мегабайт стоит 17 рублей. Для оплаты 35 мегабайт нужно купить пакет на 10 мегабайт и пакет на 20 мегабайт, а за оставшиеся 5 мегабайт заплатить 5 рублей. |
| 55 30 20 20 16 | 40 | Пакет на 30 мегабайт стоит 20 рублей, пакет на 20 мегабайт стоит 16 рублей. Для оплаты 55 мегабайт нужно купить два пакета на 30 мегабайт, что суммарно будет стоить 40 рублей. |

Система оценивания

Решение, правильно работающее только для случаев, когда входные числа не превосходят 100, будет оцениваться в 6 баллов.

Задача 7. Блины

Мы все знаем, что начавшаяся зима скоро закончится, и на праздновании Масленицы все будут есть блины. Об этом и будет наша задача.

N гостей сидят за столом, и перед каждым стоит тарелка с блинами. На тарелке i -го гостя лежит a_i блинов. Каждый гость съедает один блин за одну минуту, таким образом, время, когда закончит есть блины последний человек, равно наибольшему значению из a_i .

Неожиданно к ним присоединился ещё один человек, и теперь один из присутствующих гостей может переложить часть своих блинов вновь пришедшему человеку. Перекладывание блинов происходит моментально.

Необходимо переложить блины таким образом, чтобы после перекалывания гости съели все блины за минимальное время (которое равно наибольшему числу блинов на тарелках у всех гостей, включая нового гостя). Определите, за какое наименьшее время гости смогут съесть свои блины после перекалывания.

Программа получает на вход натуральное число N , не превосходящее 100 000, – первоначальное количество гостей. Следующие N строк содержат натуральные числа a_i – количество блинов на тарелке i -го человека. Значения a_i не превосходят 2×10^9 .

Программа должна вывести одно целое число – минимальное время, за которое все гости закончат есть свои блины после перекалывания блинов на тарелку нового гостя.

Пример входных и выходных данных

| Ввод | Вывод | Примечание |
|------|-------|--|
| 3 | 2 | За столом сидят 3 человека, у них на тарелках 1, 4, 2 блина. Тот гость, у которого на тарелке лежит 4 блина, может отдать новому гостю 2 блина, после этого все блины будут съедены за 2 минуты. |
| 1 | | |
| 4 | | |
| 2 | | |

Система оценивания

Решение, правильно работающее только для случаев, когда все числа N и a_i не превосходят 100, будет оцениваться в 6 баллов.